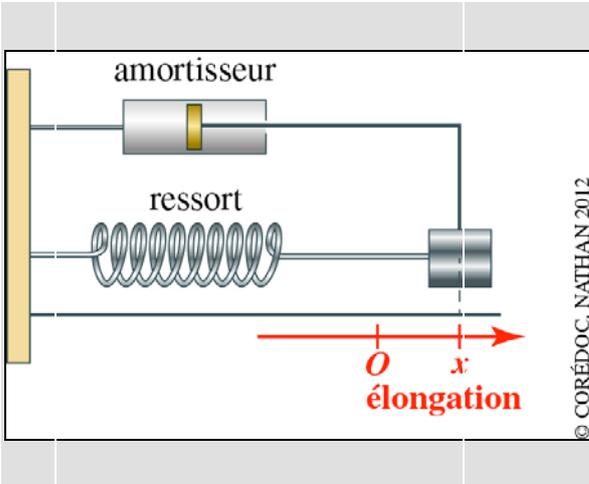


EXERCICE RÉSOLU 2

Évolution de l'énergie d'un oscillateur et amortissement

Énoncé



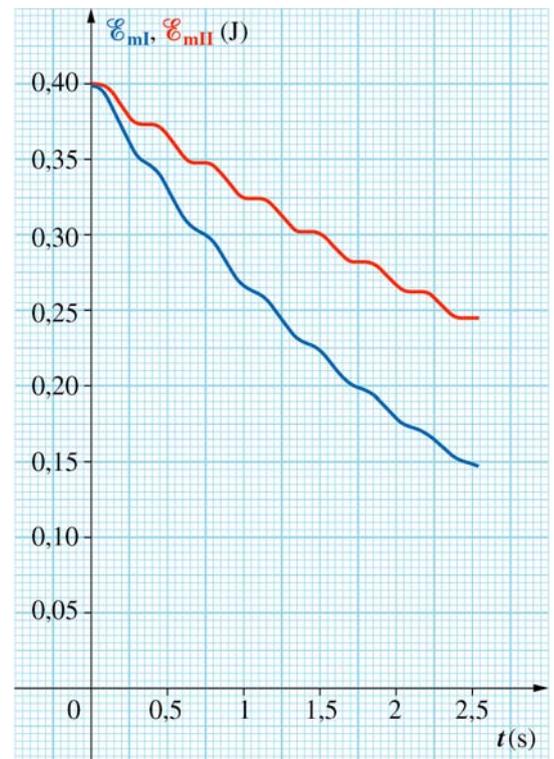
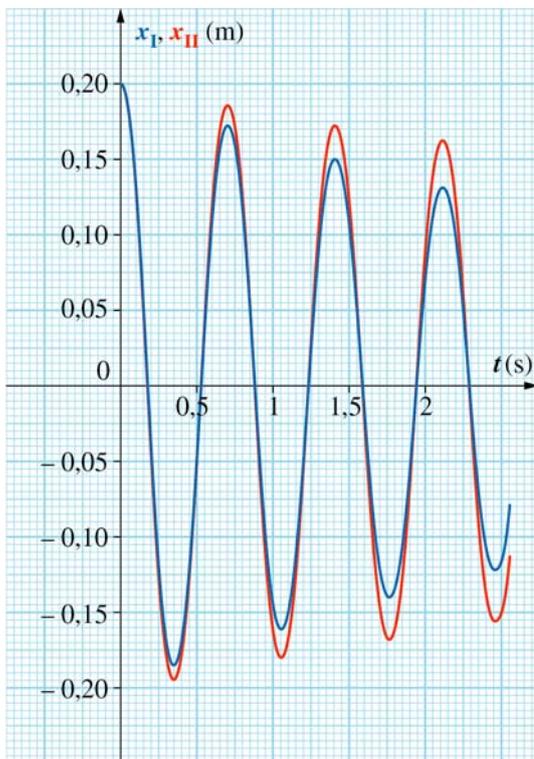
Dans la réalité, les oscillateurs mécaniques (pendules d'horloge, objet suspendu à un ressort, à un fil élastique ou posé sur un ressort, etc.) sont soumis à des forces de frottement et leurs oscillations sont amorties et ne sont donc plus périodiques. Si cet amortissement reste faible, un tel régime d'oscillations est appelé « pseudo-périodique » ; on définit alors la pseudo-période T comme la durée entre deux passages consécutifs de l'oscillateur à sa position d'équilibre dans le même sens. Si l'amortissement est fort, il n'y a pas d'oscillations et le régime est apériodique.

Le facteur de qualité Q d'un oscillateur renseigne sur l'amortissement que subissent les oscillations. Il s'exprime par : $Q = 2\pi \frac{\mathcal{E}_m}{|\Delta \mathcal{E}_m|}$ où $\Delta \mathcal{E}_m$ représente la variation d'énergie mécanique du système pendant une pseudo-période : $\Delta \mathcal{E}_m = \mathcal{E}_m(t + T) - \mathcal{E}_m(t)$.

L'oscillateur étudié est constitué d'un objet de masse m accroché à un ressort à spires non jointives et à un amortisseur créant des frottements fluides réglables. L'objet se déplace sur un plan horizontal sans frottements notables. Ce dispositif est représenté par le schéma ci-dessus.

Les courbes ci-dessous représentent, pour deux amortissements différents :

- les variations de l'élongation x_I et x_{II} d'un pendule élastique en fonction du temps ;
- les variations de l'énergie mécanique \mathcal{E}_{mI} et \mathcal{E}_{mII} du pendule en fonction du temps.



1. Déterminer la valeur T de la pseudo-période.
2. Pour l'amortissement le plus faible, en utilisant la définition du facteur de qualité Q , déterminer les valeurs de Q pour les instants de dates 0 s et 1,5 s. Comparer ces valeurs.
3. Répondre aux mêmes questions que précédemment pour l'amortissement le plus fort.

4. Comment varie le facteur de qualité avec l'amortissement dans le cas de l'oscillateur étudié ?
5. Donner un exemple d'oscillateur pour lequel on recherche :
 - un facteur de qualité Q important ;
 - un facteur de qualité Q faible.

Une solution

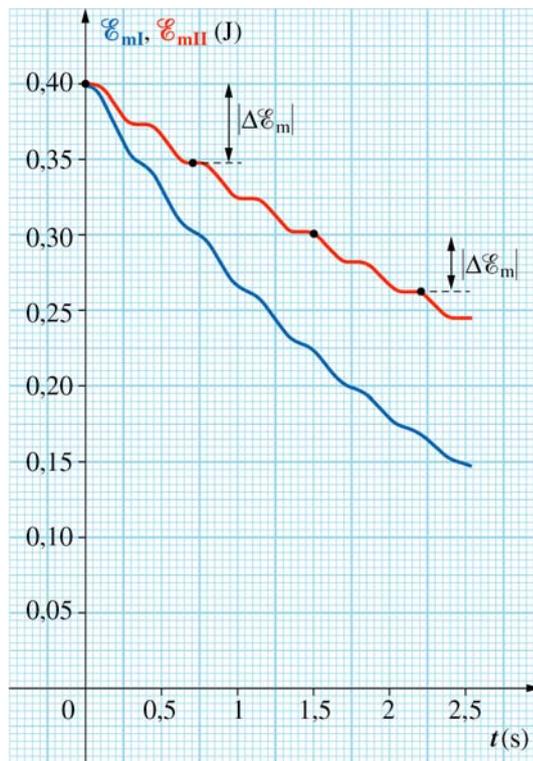
Méthode

Pour une même incertitude, on obtient une meilleure précision sur une mesure de durée plus grande.

1. La mesure de trois pseudo-périodes est faite entre $t = 0,20$ s et $t = 2,3$ s.

On en déduit $T = \frac{2,1}{3} = 0,70$ s.

2. La définition du facteur de qualité nécessite la mesure de la diminution d'énergie mécanique sur une pseudo-période T , à partir de la date t choisie (voir le graphique ci-contre pour la mesure).



© CORÉDOC, NATHAN 2012

Les résultats de la lecture sur la courbe d'énergie mécanique $\mathcal{E}_{mI}(t)$ sont regroupés dans le tableau suivant :

	$t_0 = 0$ s	$t_0 + T = 0,70$ s	$t_1 = 1,5$ s	$t_1 + T = 2,20$ s
\mathcal{E}_{mI}	0,40 J	0,348 J	0,30 J	0,26 J
$\Delta \mathcal{E}_{mI}$	-0,052 J		-0,04 J	
$Q_I = 2\pi \frac{\mathcal{E}_m}{ \Delta \mathcal{E}_m }$	48		47	

Présenter le résultat

L'expression de Q est un rapport de deux grandeurs identiques, donc Q n'a pas d'unité.

Les deux valeurs de Q sont très voisines, on peut les considérer égales à 2 % près.

3. Les résultats de la lecture sur la courbe d'énergie $\mathcal{E}_{mII}(t)$ sont regroupés dans le tableau suivant :

	$t_0 = 0$ s	$t_0 + T = 0,73$ s	$t_1 = 1,5$ s	$t_1 + T = 2,23$ s
\mathcal{E}_{mII}	0,40 J	0,30 J	0,222 J	0,168 J
$\Delta \mathcal{E}_{mII}$	-0,10 J		-0,054 J	
$Q_{II} = 2\pi \frac{\mathcal{E}_m}{ \Delta \mathcal{E}_m }$	25		26	

Incertitudes

La différence entre les deux valeurs de Q_{II} est la même que celle entre les deux valeurs de Q_I , pourtant l'écart relatif est 2 fois plus important car la valeur de Q_{II} est 2 fois plus faible que celle de Q_I .

Les deux valeurs de Q_{II} sont ici aussi très voisines (4 % d'écart relatif) : on peut les considérer comme égales.

4. Dans le cas de l'oscillateur étudié, on peut donner deux conclusions :

- pour un même amortissement, les deux valeurs du facteur de qualité sont égales (pour être généralisé, ce résultat devrait être confirmé par des mesures plus nombreuses sur la courbe) ;
- pour un amortissement plus faible, le facteur de qualité augmente ($Q_I > Q_{II}$). Dans ce cas également, pour un même oscillateur, d'autres mesures avec des amortissements différents sont nécessaires pour généraliser ce résultat.

Méthode

Pour étudier l'influence d'un paramètre, s'assurer que les autres paramètres sont maintenus constants.

5. Pour un facteur de qualité important, donc pour une diminution faible de l'énergie mécanique par période, l'amplitude des oscillations diminue peu : on recherche cette situation de faible amortissement dans les appareils de mesure comme les sismographes. Inversement, on privilégie un amortissement fort, et donc un facteur de qualité faible, dans certains appareils de mesure à aiguille pour éviter des temps de mesure trop longs. Cette situation est aussi préférée pour l'amortissement des véhicules.