

EXERCICE RÉSOLU 2

Relativité du temps et des longueurs

Énoncé

Le neutron libre a une durée de vie moyenne propre $\tau = 8,9 \times 10^2$ s. Dans la suite de l'exercice, on considèrera, pour simplifier, qu'un neutron libre ne peut pas avoir une durée propre d'existence plus grande que τ , bien qu'il s'agisse d'une valeur moyenne.

Données

L'étoile la plus proche de la Terre, en dehors du Soleil, se trouve à 4,5 a.l. de nous.
 1 a.l. = $9,5 \times 10^{15}$ m ; 1 an = $3,2 \times 10^7$ s ; $c = 3,0 \times 10^8$ m·s⁻¹.

Coefficient de dilatation des durées : $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

1. Quelle est la limite inférieure de la durée du trajet d'une particule entre une étoile autre que le Soleil et la Terre ?
2. Un neutron se déplace par rapport au référentiel terrestre considéré comme galiléen avec une vitesse v constante.
Exprimer sa durée de vie τ' dans le référentiel terrestre.
3. Trouver une condition sur la valeur numérique du coefficient γ concernant ce neutron pour que τ' soit supérieure à la durée limite déterminée à la question 1.
4. Montrer que la limite inférieure du rapport $\frac{v}{c}$ concernant ce neutron est très proche de la valeur de c .
5. Dans le référentiel galiléen lié au neutron, c'est la Terre qui se déplace à la vitesse v . Comment s'exprime, dans ce référentiel, la distance parcourue par la Terre avant que le neutron ne se désintègre, en fonction de v , τ ainsi qu'en fonction de v et τ' ?
6. On considère un neutron parcourant, dans le référentiel terrestre, un trajet Terre-étoile de longueur L pendant une durée τ' , à vitesse constante. L'étoile est supposée immobile dans le référentiel terrestre.
 - a. Montrer que les distances Terre-étoile ne sont pas égales suivant qu'elles sont calculées dans le référentiel terrestre ou dans le référentiel lié à la particule.
 - b. Exprimer, en fonction du coefficient γ , le rapport entre les deux distances.
 - c. On dit qu'il y a « contraction des longueurs pour les objets en mouvement ». Justifier cette expression dans le cas de l'exemple précédent.

Une solution

Connaissances

Se souvenir que l'année lumière est la distance parcourue par la lumière dans le vide en une année.

1. La vitesse de la lumière dans le vide est la limite supérieure de la vitesse d'une particule. Or, la durée minimum du trajet de la lumière entre la Terre et l'étoile la plus proche est de 4,5 années.
La durée du trajet d'une particule ne peut pas être inférieure à 4,5 années.
2. La durée de vie τ' mesurée dans le référentiel terrestre est liée à la durée de vie propre τ par la relation : $\tau' = \gamma\tau$.

Application numérique

Les durées doivent être exprimées dans la même unité. Ne pas oublier de convertir les années en secondes.

3. D'après les réponses précédentes : $\gamma\tau > \tau'_{\text{lim}}$ avec $\tau'_{\text{lim}} = 4,5$ années, soit $\gamma > \frac{\tau'_{\text{lim}}}{\tau}$.

A.N.: $\gamma > \gamma_{\text{lim}}$ avec $\gamma_{\text{lim}} = \frac{4,5 \times 3,2 \times 10^7}{8,9 \times 10^2} = 1,6 \times 10^5$.

4. $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > \gamma_{\text{lim}}$ donc $1 - \frac{v^2}{c^2} < \frac{1}{\gamma_{\text{lim}}^2}$.

A.N. : $1 - \frac{v^2}{c^2} < \frac{1}{(1,6 \times 10^5)^2} = 3,9 \times 10^{-11}$.

La valeur limite du rapport $\left(\frac{v}{c}\right)^2$ est donc très proche de 1, donc v est très proche de c .

Remarque : en utilisant la relation donnée dans l'exercice 19 (page 255), on trouve que $v_{\text{lim}} = c(1 - 2 \times 10^{-11})$.

5. Dans le référentiel du neutron, la distance parcourue par la Terre est $L = v\tau$

ou encore $L = \frac{v\tau'}{\gamma} = v\tau' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$.

6. a. Dans le référentiel terrestre, la longueur du trajet est $L' = v\tau'$ alors que dans le référentiel de la particule, $L = v\tau$ or $\tau' \neq \tau$ donc $L' \neq L$.

b. Le rapport entre les deux distances peut être exprimé ainsi :

$$\frac{L}{L'} = \frac{v\tau}{v\tau'} = \frac{1}{\gamma}.$$

Raisonner

Il faut bien identifier ici l'objet dont on mesure la longueur et le référentiel dans lequel il est immobile.

c. Le système Terre-étoile est en mouvement dans le référentiel de la particule. D'après le résultat précédent, la distance L mesurée dans ce référentiel est inférieure à la distance L' mesurée dans le référentiel terrestre où le système Terre-étoile est immobile.