EXERCICE RÉSOLU 2

Inégalités de Heisenberg

Énoncé

En 1927, le physicien allemand Heisenberg énonce qu'il est impossible de déterminer simultanément et de façon précise la position et la vitesse d'un objet quantique.
Ainsi, pour une particule se déplaçant sur un axe $x'x$, la position de x étant donnée à Δx près et la quantité de mouvement p_x à Δp_x près, le produit $\Delta x \times \Delta p_x$ est d'un ordre de grandeur supérieur ou égal à la constante de Planck h :

$$\Delta x \times \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}.$$

Cette imprécision n'est pas liée aux techniques de mesure, elle est liée à la nature quantique de la particule qui n'est pas décrite comme un point matériel mais comme un objet quantique décrit par une fonction d'onde. Les grandeurs sont mesurées en termes de probabilité et Δx comme Δp_x donnent la dispersion (ou écart type) autour de la valeur la plus probable.

Il existe également une inégalité qui relie temps et énergie où $\Delta\mathscr{E}$ représente la dispersion en énergie et Δt une durée caractéristique du phénomène étudié. Par exemple, l'énergie d'une particule dont la durée de vie est Δt, est donnée avec une précision telle que :

$$\Delta\mathscr{E} \times \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}.$$

Données
$h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s.

1. À l'aide de l'inégalité d'Heisenberg portant sur la position et la quantité de mouvement, évaluer l'imprécision sur la vitesse notée Δv_x :
– d'une bille de masse $m = 1{,}0$ g dont la position est déterminée à ± 0,1 mm près ;
– d'un électron non relativiste de masse $m = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg dont l'imprécision sur la position est $\Delta x = 1{,}0 \times 10^{-10}$ m (dimension d'un atome).
L'inégalité de Heisenberg est-elle à prendre en compte dans les deux cas ?
2. Un atome de rubidium excité revient à son état fondamental en émettant un photon de longueur d'onde $\lambda = 0{,}78$ µm au bout d'un temps moyen $\Delta t = 2{,}7 \times 10^{-8}$ s, appelé vie moyenne de l'état excité.
a. Calculer en eV l'énergie du photon émis.
b. Évaluer en eV la dispersion en énergie $\Delta\mathscr{E}$ du niveau excité.
c. Connaissant l'énergie du niveau fondamental, peut-on connaître l'énergie du niveau excité avec précision ?
3. Les inégalités de Heisenberg sont connues sous la dénomination de « principe d'incertitude de Heisenberg ».
Pourquoi cette dénomination est-elle à éviter ?

Une solution

Connaissances
Utiliser la définition de la quantité de mouvement.

1. La relation $\Delta x \times \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$ peut s'écrire $\Delta x \times m\Delta v_x \geq \frac{h}{4\pi}$ avec $p_x = m\, v_x$.

On en déduit $\Delta v_x \geq \frac{h}{4\,\pi\, m\,\Delta x}$.

Dans le cas de la bille, $\Delta v_x \geq \frac{6{,}63\times10^{-34}}{(4\times\pi\times1{,}0\times10^{-3}\times0{,}1\times10^{-3})}$, $\boldsymbol{\Delta v_x \geq 5 \times 10^{-28}}$ **m·s^{-1}**.

Raisonner
Faire intervenir les incertitudes liées aux appareils de mesure pour formuler la réponse.

Dans le cas de l'électron $\Delta v_x \geq \frac{6{,}63\times10^{-34}}{(4\times\pi\times9{,}1\times10^{-31}\times1{,}0\times10^{-10})}$, $\boldsymbol{\Delta v_x \geq 6 \times 10^{5}}$ **m·s^{-1}**.

L'inégalité de Heisenberg n'a pas de conséquence à l'échelle de la bille car, dans ce cas, les incertitudes liées aux appareils de mesure sont bien supérieures aux dispersions quantiques.

Par contre, l'imprécision sur la vitesse est très grande pour l'électron et on ne peut pas connaitre x et p_x simultanément et de façon précise.

2. a. L'énergie du photon est donnée par la relation $\mathscr{E} = \dfrac{hc}{\lambda}$.

A.N. : $\mathscr{E} = \dfrac{6{,}63\times10^{-34}\times3{,}0\times10^{8}}{0{,}78\times10^{-6}\times1{,}6\times10^{-19}}$ = **1,6 eV**.

b. La dispersion en énergie est donnée par l'inégalité de Heisenberg : $\Delta\mathscr{E}\times\Delta t \geq \dfrac{h}{4\pi}$.

On en déduit : $\Delta\mathscr{E} \geq \dfrac{h}{4\,\pi\,\Delta t}$.

A.N. : $\Delta\mathscr{E} \geq \dfrac{6{,}63\times10^{-34}}{(4\times\pi\times2{,}7\times10^{-8}\times1{,}6\times10^{-19})}$ eV ,

Raisonner
La précision est une « incertitude » relative.

$\Delta\mathscr{E} \geq 1{,}2 \times 10^{-8}$ eV.

c. L'énergie du niveau excité est égale à l'énergie du niveau fondamental plus l'énergie du photon émis ; elle est donnée avec la précision :

$$\frac{\Delta\mathscr{E}}{\mathscr{E}} = \frac{1{,}2\times10^{-8}}{1{,}6} \cong 10^{-8}.$$

L'énergie du niveau excité est donc définie avec une très grande précision.

3. Les inégalités de Heisenberg ne donnent pas des « incertitudes de mesure » mais des dispersions liées à l'utilisation de la mécanique quantique. Elles permettent d'estimer les limites de l'utilisation des concepts classiques notamment de position et de vitesse (exemple de la bille, question 1).