# EXERCICE RÉSOLU 2

## Simulation d’un saut à l’élastique

### Énoncé

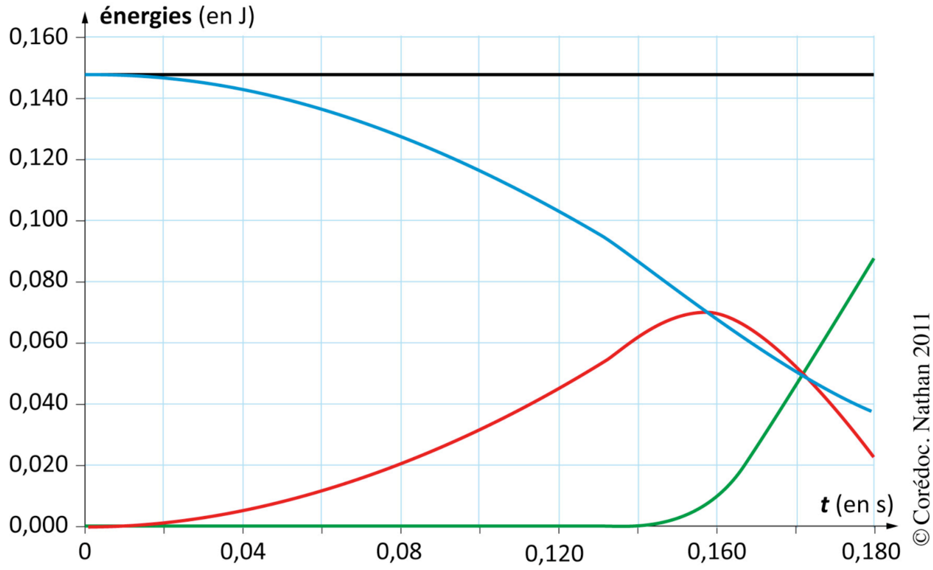
Pour illustrer un saut à l'élastique en laboratoire, on envisage le dispositif suivant : un solide de masse $m$ = 65 g est attaché à un ressort fixé verticalement. Le solide est lâché sans vitesse initiale. Il parcourt une partie de sa trajectoire en chute libre avant de subir l'action du ressort.

Un logiciel de simulation permet de calculer les positions successives du solide et les valeurs des grandeurs énergétiques concernant le système {solide ; ressort} : énergie cinétique $\mathscr{E}_c$, énergie potentielle de pesanteur $\mathscr{E}_{pp}$, énergie potentielle élastique $\mathscr{E}_{pe}$ emmagasinée par le ressort lorsqu’il s’étire, et l’énergie $\mathscr{E}$, somme des trois énergies précédentes.

Les courbes correspondantes sont reproduites ci-dessous.

***Donnée :*** $g$ = 9,8 $N{\cdot}kg^{-1}$.

**Donnée**
En choisissant l’origine de $\mathscr{E}_{pe}$ quand le ressort n’est ni étiré ni comprimé, l’expression de $\mathscr{E}_{pe}$ est donnée par la relation $\mathscr{E}_{pe} = ½\, K(\Delta\ell)^2$
$\Delta\ell$ étant l’allongement du ressort.




**1.** Identifier, en justifiant, les courbes correspondant à chacune des énergies $\mathscr{E}_c$, $\mathscr{E}_{pp}$, $\mathscr{E}_{pe}$ et $\mathscr{E}$.

**2.** Justifier, en utilisant ces courbes, que les frottements de l'air ont un effet négligeable.

**3.** À quelle date $t_1$ se termine la phase de chute libre ? Calculer la hauteur de chute correspondante en utilisant le graphique.

**4.** Calculer la vitesse du solide à cette date.

### Une solution

**Rédiger**
Préciser le référentiel et rappeler le système étudié.

**1.** Dans le référentiel terrestre, on étudie le système {solide ; ressort}.

**Raisonner**
Étudier la situation à l’instant $t_0$ = 0 s puis l’évolution de chaque grandeur pendant les premiers instants.

**À $t_0$ = 0s :**

- la vitesse du solide est nulle, donc $\mathscr{E}_c(t_0)$ = 0 J. Les courbes rouge et verte peuvent correspondre à $\mathscr{E}_c$ ;
- le ressort n’est ni comprimé ni étiré, donc $\mathscr{E}_{pe}(t_0)$ = 0 J. Les courbes rouge et verte peuvent correspondre à $\mathscr{E}_{pe}$ ;
- $\mathscr{E}_{pp}$ et $\mathscr{E}$ peuvent être non nulles selon le choix du point de référence de l’énergie potentielle de pesanteur. Les courbes noire et bleue peuvent correspondre à $\mathscr{E}_{pp}$ et $\mathscr{E}$.

**Au cours de la chute libre sans vitesse initiale :**

- l'altitude du solide décroît donc $\mathscr{E}_{pp}$ diminue. La courbe bleue traduit les variations de $\mathscr{E}_{pp}$. Ainsi la courbe noire correspond à $\mathscr{E} = \mathscr{E}_{pp} + \mathscr{E}_c + \mathscr{E}_{pe}$.
- le ressort reste non comprimé et non étiré, donc $\mathscr{E}_{pe}(t_0) = 0$ J. La courbe verte correspond à $\mathscr{E}_{pe}$. La courbe rouge traduit les variations de $\mathscr{E}_c$ qui augmente lors de la chute libre car la vitesse du solide augmente.

**2.** L'énergie mécanique reste constante (courbe noire). Les frottements de l'air sont donc négligeables.

> **Connaissances**
> L'énergie mécanique d'un solide en chute libre reste constante.

**3.** Pendant la chute libre, le solide n'est soumis qu'à l'action de son poids ; cette chute libre cesse dès que le ressort exerce une force de rappel sur le solide, c'est-à-dire à l'instant où il s'étire et où l'énergie potentielle élastique devient non nulle, à la date $t_1 = 144$ s (valeur déduite du graphique).

> **Rédiger**
> Penser à justifier les réponses, y compris pour une lecture graphique.

Le graphique donne également les valeurs de l'énergie potentielle de pesanteur aux dates $t_0$ et $t_1$ : $\mathscr{E}_{pp}(t_0) = 0{,}148$ J et $\mathscr{E}_{pp}(t_1) = 0{,}084$ J.

L'expression de l'énergie potentielle de pesanteur permet d'écrire :

$$\mathscr{E}_{pp}(t_0) - \mathscr{E}_{pp}(t_1) = mg(z_0 - z_1) = (148 - 84) \times 10^{-3}\ \text{J}$$

donc la hauteur de chute est :

> **Application numérique**
> Attention aux unités et aux chiffres significatifs.

$$(z_0 - z_1) = \frac{(148 - 84) \times 10^{-3}}{65 \times 10^{-3} \times 9{,}8} = 1{,}0 \times 10^{-1}\ \text{m}.$$

**4.** L'énergie mécanique $\mathscr{E} = \mathscr{E}_{pp} + \mathscr{E}_c + \mathscr{E}_{pe}$ reste constante (question **2.**) donc $\mathscr{E}(t_0) = \mathscr{E}(t_1)$.

Ainsi, $\mathscr{E}_c(t_0) + \mathscr{E}_{pp}(t_0) + \mathscr{E}_{pe}(t_0) = \mathscr{E}_c(t_1) + \mathscr{E}_{pp}(t_1) + \mathscr{E}_{pe}(t_1)$

$$0 + \mathscr{E}_{pp}(t_0) + 0 = \tfrac{1}{2}\, m[v(t_1)]^2 + \mathscr{E}_{pp}(t_1) + 0$$

$$v(t_1) = \frac{2}{m}\sqrt{\mathscr{E}_{pp}(t_0) - \mathscr{E}_{pp}(t_1)} = \frac{2}{65 \times 10^{-3}}\sqrt{(148 - 84) \times 10^{-3}} = 7{,}8\ \text{m.s}^{-1}.$$