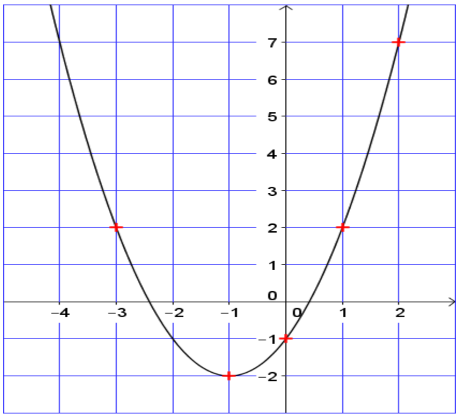
CHAPITRE 3 Fonctions : étude qualitative

1. Lire des images, des antécédents

Rappels
f désigne une fonction, a et b sont des nombres réels.
- Dire que b est **l'image** de a et a est **un antécédent** de b par la fonction f signifie que $\boldsymbol{f(a) = b}$.
- Dans un repère, $\boldsymbol{f(a) = b}$ si, et seulement si, le point M(a ; b) appartient à la **courbe représentative** de la fonction *f*.

Pour les exercices 1 à 3, f est la fonction définie sur l'intervalle [–4 ; 2] par la courbe tracée dans le repère ci-contre.



1. Lire l'image par *f* de chacun des nombres :
a. –3 **b.** 0 **c.** 2

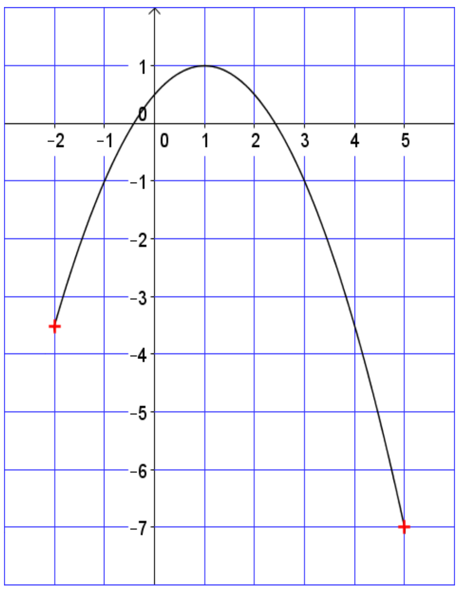
2. Lire le (ou les) antécédent(s) par *f* de :
a. –2 **b.** 2

3. a. Combien le réel 0 a-t-il d'antécédents ?

b. Donner une valeur approchée de chacun d'eux.

2. Comparer des nombres

Pour les exercices 4 et 5, f est la fonction définie sur l'intervalle [–2 ; 5] par la courbe tracée dans le repère ci-contre.



4. Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse.
a. $f(-1{,}5) < f(-1)$
b. $f(2) < f(3)$
c. $f(4{,}2) < f(4{,}1)$

5. Classer les nombres du plus petit au plus grand.
a. $f(-2)$, $f(-0{,}5)$, $f(0{,}5)$.
b. $f(1)$, $f(3{,}5)$, $f(4{,}5)$.

3. Utiliser le tableur

Rappel
Dans une feuille de calcul, le contenu d'une cellule peut être une formule, celle-ci commence alors par le signe = et fait souvent intervenir les adresses d'autres cellules.

6. Voici un tableau de valeurs de deux fonctions *f* et *g* obtenu avec le tableur.

E2 | =E1^2-3*E1

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-2	-1	0	1	2	3	4
2	f(x)	10	4	0	-2	-2	0	4
3	g(x)	15	9	5	3	3	5	9

a. Donner l'expression de *f*(*x*) en fonction de *x*.
b. Donner également une expression de *g*(*x*) compatible avec les données du tableau.

7. h est la fonction définie sur [–2 ; 4] par $h(x)=5x^3+3x-9$.
Sur la ligne 4 de la feuille de calcul de l'exercice précédent, on ajoute les valeurs de la fonction *h*, quelle formule doit-on alors saisir en B4 ?

4. Utiliser la calculatrice

8. f est la fonction définie sur l'intervalle [–3 ; 2] par $f(x)=x^2+2x-5$.

a. Afficher à l'écran de la calculatrice la courbe représentative de la fonction *f*, *fenêtre* : $-3 \leq X \leq 2$, pas 1 et $-7 \leq Y \leq 3$, pas 1.

b. Conjecturer le plus petit des nombres *f*(*x*) et la valeur de x pour laquelle il est obtenu.

9. g est la fonction définie sur l'intervalle [1 ; 2] par $g(x)=-x^2+3x+5$.

a. À l'aide de la calculatrice, tabuler la fonction g sur [1 ; 2] avec le pas 0,01.

b. Conjecturer le grand des nombres *g*(*x*) et la valeur de *x* pour laquelle il est atteint.

5. Connaître les fonctions affines

Rappels
f désigne une fonction affine $x \mapsto ax+b$ où a et b sont des nombres réels.
- La courbe représentative de *f* est une droite non parallèle à l'axe des ordonnées.
- Si $a>0$ alors *f* est croissante sur $\mathbb{R}$ et si $a < 0$ alors *f* est décroissante sur $\mathbb{R}$.

Pour les exercices 10 et 11, tracer la courbe représentative de la fonction *f* dans un repère et décrire son sens de variation.

10. $f(x)=\frac{1}{2}x+4$ **11.** $f(x)=-3x+2$

12. Dans un repère une fonction affine *f* est représentée par la droite (AB) avec A(–1 ; 0) et B(3 ; 2).

Quel est le sens de variation de la fonction *f* ?

Réponses aux exercices complémentaires

1. a. $f(-3)=2$ **b.** $f(0)=-1$ **c.** $f(2)=7$

2. a. -2 a pour seul antécédent -1.
b. 2 a deux antécédents -3 et 1.

3. a. 0 a deux antécédents.
b. Des valeurs approchées de ces antécédents sont 0,4 et –2,4.

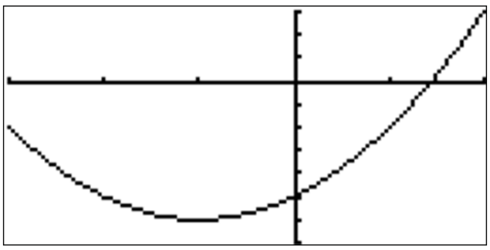
4. a. L'affirmation est vraie.
b. L'affirmation est fausse.
c. L'affirmation est vraie.

5. a. $f(-2)<f(-0{,}5)<f(0{,}5)$
b. $f(4{,}5)<f(3{,}5)<f(1)$

6. a. $f(x)=x^2-3x$
b. $g(x)=f(x)+5=x^2-3x+5$

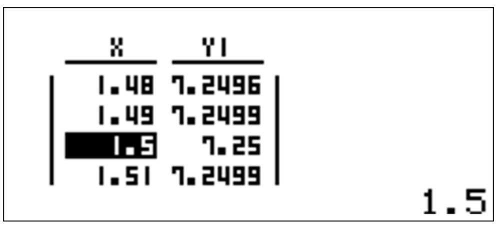
7. On saisit la formule : =5*B1^3+3*B1-9.

8. a.



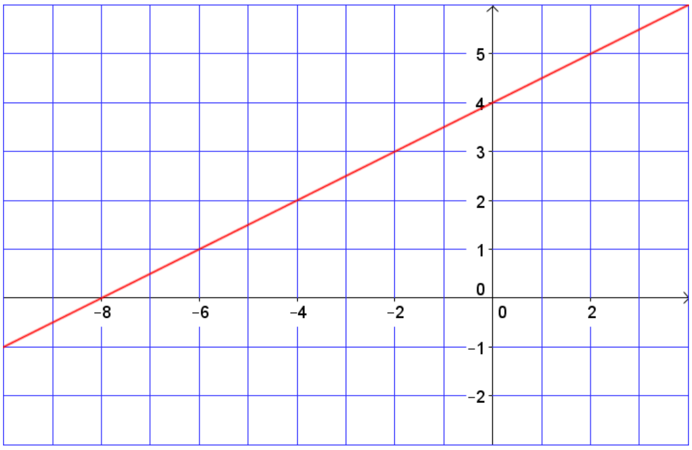
b. On conjecture que le plus petit des nombres $f(x)$ est -6 et qu'il est atteint pour $x=-1$.

9. a.



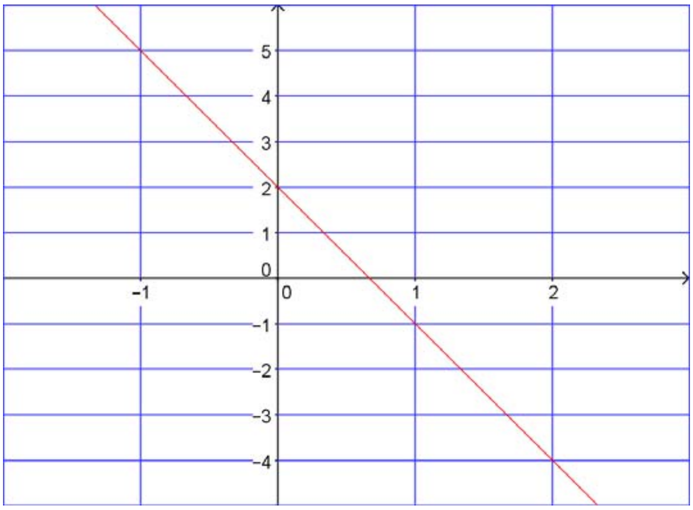
b. On conjecture que le plus grand des nombres $g(x)$ est 7,25 et qu'il est atteint pour $x=1{,}5$.

10.



$\frac{1}{2}>0$ donc la fonction *f* est croissante sur $\mathbb{R}$.

11.



$-3<0$ donc la fonction *f* est décroissante sur $\mathbb{R}$.

12. La fonction $f:x\mapsto ax+b$ représentée par la droite (AB) est telle que :

$a=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$, c'est-à-dire $a=\frac{1}{2}$.

Ainsi la fonction *f* est croissante sur $\mathbb{R}$.