Nom : ______________________________ Classe : __________

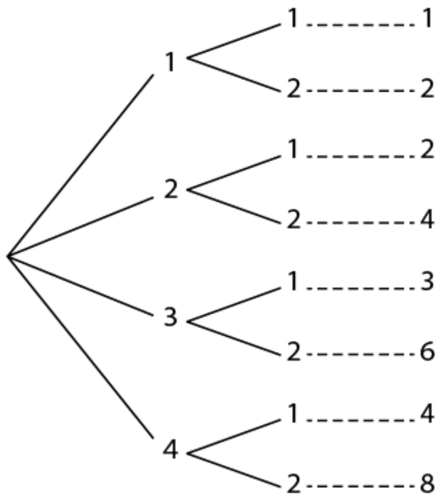
Chapitre 12 Parcours 1

Comment déterminer la loi de probabilité d'une variable aléatoire ?

Exemple : On lance un dé équilibré à 4 faces numérotées de 1 à 4, puis une pièce équilibrée à 2 faces numérotées 1 et 2. X est la variable aléatoire qui donne le produit du nombre obtenu avec le dé par le nombre obtenu avec la pièce.

On souhaite déterminer la loi de probabilité de X.

Pour cela, on représente cette situation par l'arbre de probabilité ci-contre. Les valeurs possibles pour X sont donc 1, 2, 3, 4, 6 et 8.



Comme le dé et la pièce sont équilibrés, on peut déterminer la probabilité de chaque issue. On complète ainsi le tableau ci-dessous, qui donne la loi de probabilité de X.

a_i	1	2	3	4	6	8
$\mathrm{P}(\mathrm{X} = a_1)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

1 On lance deux pièces de monnaies équilibrées de 20 centimes. X est la variable aléatoire qui donne la somme des nombres sur les faces supérieures (on compte 0 pour Face et 20 pour Pile).

a) Quelles sont les valeurs prises par X ?

....

b) Quelle est la probabilité de l'événement $\mathrm{X} = 0$?

....

Nom : ______________________________ Classe : __________

c) Déterminer la loi de probabilité de X.

2 Une urne contient 12 boules numérotées de 1 à 12. On tire au hasard une boule de l'urne et on gagne 10 euros si son numéro est un multiple de 5, 3 euros si c'est un multiple de 3 et 0 dans les autres cas. X est la variable aléatoire qui donne le gain ainsi obtenu.

a) Quelles sont les valeurs prises par X ?

....

b) Quelle est la probabilité de l'événement $X = 0$?

....

c) Déterminer la loi de probabilité de X.

3 On dispose d'un dé équilibré à 6 faces numérotées de 1 à 6. On le lance et on note n le numéro obtenu. X est la variable aléatoire égale au nombre $n^2 - 5n + 6$.

a) Quelles sont les valeurs prises par X ?

....

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

Nom : ______________________________ Classe : __________

4 On aligne au hasard les lettres E, F et G du jeu de Scrabble. On note a, b et c les valeurs de ces lettres, dans l'ordre où elles ont été placées. X est la variable aléatoire égale au nombre $a - b + 2c$.

a) Quelles sont les valeurs prises par X ?

....

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

5 Sur la jetée de Brighton, Elliot joue a un premier jeu, pour lequel il a une probabilité de $40\ \%$ de gagner 25 tickets (il ne gagne rien dans les autres cas), puis à un deuxième jeu auquel il a une probabilité de $20\ \%$ de gagner 50 tickets, et aucun ticket dans les autres cas. X est la variable aléatoire qui donne le nombre de tickets gagnés en tout. Déterminer la loi de probabilité de X.

6 Chaque soir, Alenka prend le train pour rentrer du lycée. La probabilité qu'un train soit en retard est de $0{,}2$. X est la variable aléatoire qui compte le nombre de trains en retard sur trois jours consécutifs. Déterminer la loi de probabilité de X.

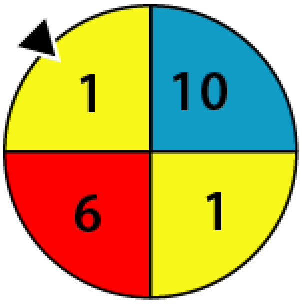
Nom : ______________________________ Classe : __________

Chapitre 12 Parcours 2

Comment utiliser la notion d’espérance dans une résolution de problème ?

Exemple : On fait tourner la roue équilibrée ci-dessous, qui est découpée en neuf secteurs superposables. Une partie coûte 5 € et on gagne le montant en € indiqué dans le secteur. On se demande si ce jeu est équitable.

X est le gain du joueur, en tenant compte de la mise.



Voici la loi de probabilité de X :

a_i	-4	1	5
$P(X = a_1)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

L’espérance de X est donc : $E(X) = -4 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{4} + 5 \times \frac{1}{4} = -0{,}5$.

L’espérance est négative, le jeu n’est donc pas équitable.

1 Un jeu d’argent consiste à lancer deux pièces équilibrées. Une partie coûte 4 € et on gagne 2 € si on obtient Pile et Face, 10 € si on obtient deux fois Face et rien sinon. X est la variable aléatoire qui donne le gain effectif du joueur.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer l’espérance de X.

....

c) Ce jeu est-il équitable ? ....

2 Une urne opaque contient 10 tickets d’une valeur de 2 €, 4 tickets d’une valeur de 5 € et 1 ticket d’une valeur de 50 €. Une partie coûte 6 € et consiste à tirer un ticket de l’urne. X est la variable aléatoire qui donne le gain effectif du joueur.

Nom : ____ Classe : ________

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer l'espérance de X.

....

c) Ce jeu est-il équitable ? ....

3 Un magasin organise un tirage au sort pour fêter son anniversaire. Un ticket de jeu coûte 3 € et offre 1 chance sur 100 de gagner un bon de réduction de 100 €, 1 chance sur 10 de gagner un bon de 15 € et 1 chance sur 4 de gagner un bon de 2 €. X est la variable aléatoire qui donne le montant de la réduction ainsi gagnée.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Ce jeu est-il équitable ? ....

4 Gaëtan propose à Anastasia le jeu suivant : elle lance deux dés équilibrés à 6 faces numérotées de 1 à 6 et gagne, en €, la différence entre le plus grand et le plus petit nombre. Anastasia doit payer 2 € pour participer. X est la variable aléatoire qui donne le gain d'Anastasia.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Pour un grand nombre de parties, pour qui ce jeu est-il le plus intéressant ?

....

Nom : ____ Classe : ________

5 Pour la fête d'une école, on vend des tickets de tombola au prix unitaire de 2 €. Il y a 1 chance sur 20 de gagner 5 € en grattant le ticket, puis 1 chance sur $1\,000$ de gagner 100 € lors du tirage de la tombola. Le grattage et le tirage sont indépendants.

Ce jeu est-il équitable ?

6 Dans une fête foraine, un joueur dispose de trois essais pour percer un ballon avec une fléchette. Une partie coûte 5 € et le joueur reçoit 10 € s'il réussit dès le premier essai, 5 € s'il réussit au deuxième essai, 2 € s'il réussit au troisième essai, et rien sinon. Ce jeu est-il plus avantageux pour le joueur ou pour l'organisateur ?

Nom : ____________________ Classe : __________

Chapitre 12 Parcours 3

Comment déterminer l'espérance, la variance et l'écart-type d'une variable aléatoire avec la calculatrice ?

Exemple : Voici la loi de probabilité d'une variable aléatoire X.

a_i	1	2	4	8
$P(X = a_1)$	0,5	0,25	0,125	0,125

Pour calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de X, on saisit les valeurs prises par X et les probabilités correspondantes dans l'écran Statistiques de la calculatrice.

Puis, on affiche les calculs statistiques en suivant la méthode propre à la calculatrice.

Valeurs V1	Effectifs N1
1	0.5
2	0.25
4	0.125
8	0.125

	V1/N1
Effectif total	1
Minimum	1
Maximum	8
Etendue	7
Moyenne	2.5
Ecart type	2.291288
Variance	5.25

1 Voici la loi de probabilité d'une variable aléatoire X.

a_i	0	5	10	20
$P(X = a_1)$	0,2	0,3	0,4	0,1

a) Dans la page `Statistiques` de la calculatrice, saisir les valeurs prises par X et les probabilités correspondantes.

b) Lire sur l'écran approprié l'espérance, la variance et l'écart-type de X.

Nom : ______________________________ Classe : __________

2 Voici la loi de probabilité d'une variable aléatoire X.

a_i	-10	-5	0	5	10
$\mathrm{P}(\mathrm{X} = a_1)$	$0{,}1$	$0{,}25$	$0{,}3$	$0{,}25$	$0{,}1$

a) Dans la page `Statistiques` de la calculatrice, saisir les valeurs prises par X et les probabilités correspondantes.

b) Lire sur l'écran approprié l'espérance, la variance et l'écart-type de X.

3 Pendant les soldes, un magasin de jeux vidéo propose des jeux à « prix rond ». Elliot pioche un jeu au hasard. Il a 1 chance sur 2 de tirer un jeu à 10 €, 1 chance sur 3 de tirer un jeu à 5 €. Dans les autres cas, il tire un jeu à 20 €. X est la variable aléatoire qui donne le prix du jeu tiré.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Utiliser la calculatrice pour déterminer l'espérance, la variance et l'écart-type de X.

....

4 On lance deux dés équilibrés à 6 faces numérotées de 1 à 6. X est la variable aléatoire qui donne le minimum des deux nombres ainsi obtenus.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

Nom : ______________________________ Classe : __________

b) Utiliser la calculatrice pour déterminer l'espérance, la variance et l'écart-type de X.

5 On tire au hasard une boule d'une urne qui contient : 20 boules portant le numéro 0, 10 portant le numéro 10, 10 portant le numéro 20, 4 portant le numéro 50 et 1 portant le numéro 100. X est la variable aléatoire qui donne le numéro de la boule obtenu.

Utiliser la calculatrice pour déterminer l'espérance, la variance et l'écart-type de X.

6 Un jeu télévisé se déroule en deux manches. Dans la première manche, la candidate a 1 chance sur 4 de gagner 100 €. Dans la deuxième manche, elle a 1 chance sur 10 de gagner $1\,000$ €. X est la variable aléatoire qui donne le montant total gagné.

Utiliser la calculatrice pour déterminer l'espérance, la variance et l'écart-type de X.