Nom : ______________________ Classe : ________

Chapitre 3 Parcours 1

Comment résoudre une équation du second degré ?

Exemple : Résoudre l'équation $2x^2 + 7x - 4 = 0$.

On repère les coefficients du trinôme pour calculer le discriminant :

$$a = 2\,;b = 7\,;c = -4.$$

On applique la formule : $\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \times 2 \times (-4) = 81$.

Si $\Delta > 0$, l'équation a deux solutions données par : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$.	Si $\Delta = 0$, l'équation a une solution donnée par : $x_0 = \frac{-b}{2a}$.	Si $\Delta < 0$, l'équation n'a pas de solution.

Ici $\Delta > 0$: l'équation a deux solutions : $x_1 = \frac{-7+\sqrt{81}}{2\times2} = \frac{1}{2}$ et $x_1 = \frac{-7-\sqrt{81}}{2\times2} = -4$.

$S = \left\{-4; \frac{1}{2}\right\}$.

1 **a)** Pour chacune des équations ci-dessous, indiquer les coefficients a, b et c, puis calculer le discriminant correspondant.

$x^2 + 6x + 3 = 0$	$3x^2 + 2x + 5 = 0$	$x^2 - 16x + 64 = 0$

b) Sans les calculer, déterminer le nombre de solutions pour chacune des équations précédentes.

2 **a)** Relier chaque équation à son discriminant :

$x^2 - 0{,}4x + 0{,}04 = 0$	$4x^2 - 23x + 15 = 0$	$-x^2 + 6x - 5 = 0$	$5x^2 - 8x + 6$
•	•	•	•
•	•	•	•
$\Delta = 289$	$\Delta = -56$	$\Delta = 0$	$\Delta = 16$

b) Simplifier les solutions et indiquer à quelle équation elles correspondent :

$x_1 = \frac{23 - \sqrt{\ldots}}{2 \times 4} = \cdots$	$x_0 = -\frac{\ldots}{2 \times \ldots} = \cdots$	$x_1 = \frac{\ldots - \sqrt{16}}{2 \times \ldots} = \cdots$

Nom : ______________________________ Classe : __________

3 Résoudre chacune des équations ci-dessous, sans calculer le discriminant :

a) $(5x+6)(x-7)=0$ **b)** $3x^2-75=0$ **c)** $4x-16x^2=0$

4 **a)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-2x^2+32=0$ sans calculer le discriminant.

b) Vérifier votre réponse en calculant le discriminant.

5 Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations données, par la méthode de votre choix :

$2x^2-18x=0$	$-x^2+5x+6=0$	$4x^2+8+10x=0$	$-3x^2+8x-4=0$

6 La trajectoire d'une balle est modélisée par la fonction $f(t)=-0{,}4t^2+1{,}6t+1{,}3$ où t est le temps en secondes à partir du lancer de la balle et $f(t)$ est l'altitude de la balle par rapport au sol en mètres.

Déterminer à quel(s) instant(s) la balle atteint une altitude de 2,5 m par rapport au sol.

Nom : ______________________ Classe : __________

Chapitre 3 Parcours 2

Comment factoriser une fonction polynôme du second degré en diversifiant les stratégies ?

Exemple : Factoriser la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 6x - 8$.

Méthode 1 :

- On repère une racine évidente :
  $2 \times 1^2 + 6 \times 1 - 8 = 0$
  1 est une racine évidente
- On peut alors factoriser par $(x - 1)$:
  $f(x) = (x - 1)(2x + 8)$

Méthode 2 :

- On détermine les racines de f en calculant le discriminant.
  $\Delta = 6^2 - 4 \times 2 \times (-8) = 100$
  $x_1 = \frac{-6+\sqrt{100}}{2\times2} = 1$
  ou $x_2 = \frac{-6-\sqrt{100}}{2\times2} = -4$
- On obtient la factorisation suivante :
  $f(x) = 2(x - 1)(x + 4)$

1 **a)** Vérifier que -2 est une racine évidente du polynôme défini sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 3x^2 - 9x - 30$.

b) Compléter les égalités suivantes, afin de déterminer une forme factorisée de f :

$f(x) = 3x^2 - 9x - 30$

$f(x) = (x + 2)(\ldots x - \cdots)$

$f(x) = \cdots (x + 2)(x - \cdots)$

2 Compléter les égalités suivantes pour obtenir une factorisation de chacune des fonctions données :

a) $f(x) = 5x^2 + 14x$

$f(x) = x(\ldots x + \cdots \ldots)$

b) $g(x) = x^2 + 4x + 4$

$g(x) = x^2 + 2 \times \ldots \times \ldots + \ldots^2$

$g(x) = (x + \cdots \ldots)^2$

c) $h(x) = 3x^2 - 5x + 2$

$h(1) = 3 \times 1^2 - 5 \times 1 + 2$

$h(1) = \cdots$

$h(x) = \cdots (x - \cdots)(x - \cdots)$

Nom : ______________________ Classe : __________

3 **a)** Vérifier que 3 est une racine évidente de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = 2x^2 + 2x - 24$.

....

....

b) En déduire une forme factorisée de $f(x) = 2x^2 + 2x - 24$.

....

....

4 **a)** Déterminer les racines de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -5x^2 + 5x + 60$.

b) En déduire une forme factorisée de la fonction $g(x)$.

....

....

5 **a)** Parmi les fonctions proposées, déterminer celle qui ne peut pas être factorisée.

$f_1(x) = x^2 - 64$	$f_2(x) = x^2 - 0{,}8x + 0{,}16$	$f_3(x) = 2x^2 + 7x + 7$	$f_4(x) = -x^2 + 6x + 7$

b) Par la méthode de son choix, factoriser les 3 fonctions factorisables de la question a).

6 Factoriser, par la méthode de son choix, chacune des expressions suivantes :

$f(x) = 6x^2 + 12x + 6$	$g(x) = -3x^2 + 14x + 5$	$h(x) = 3x^2 - 48$

Nom : ______________________________ Classe : __________

Chapitre 3 Parcours 3

Comment résoudre une inéquation du second degré ?

Exemple : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2x^2 + 4x - 6 > 0$.

- On détermine les racines du trinôme : $\Delta = 4^2 - 4 \times 2 \times (-6) = 64$

  On en déduit : $x_1 = \frac{-4-\sqrt{64}}{2\times2} = -3$ et $x_2 = \frac{-4+\sqrt{64}}{2\times2} = 1$
- On dresse le tableau de signes :

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
signe		$+$	0	$-$	0	$+$	

- On cherche dans le tableau de signes le signe correspondant à > 0, c'est-à-dire $+$, et on en déduit l'ensemble des solutions : $S =]-\infty; -3[\cup]1; +\infty[$

1= On veut résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $3x^2 + 21x + 30 \leq 0$.

a) Calculer le discriminant Δ et en déduire les racines du trinôme.

$a =$ ...., $b =$ ......, $c =$ ....; on en déduit que $\Delta = b^2 - 4ac =$ ....

Les racines du trinôme sont : $x_1 = \frac{...-\sqrt{...}}{2\times...} =$ ...... ou $x_2 = \frac{...+\sqrt{...}}{2\times...} =$ ......

b) Compléter le tableau de signes du trinôme :

x	$-\infty$		.....		.....		$+\infty$
Signe		.....	0	.....	0	.....	

c) En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation.

....

2 **a)** Parmi les tableaux de signes suivants, indiquer quel est celui qui correspond à l'expression $3(x-2)(x-6)$:

x	$-\infty$		-2		-6		$+\infty$
		$+$	0	$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		2		6		$+\infty$
		$+$	0	$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		2		6		$+\infty$
		$-$	0	$+$	0	$-$	

b) En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $3(x-2)(x-6) \geq 0$.

....

....

Nom : ______________________________ Classe : __________

3 **a)** Déterminer le tableau de signes correspondant à l'expression $-2x^2 + x - 5$.

x	$-\infty$ $+\infty$
	$-$

x	$-\infty$ $+\infty$
	$+$

x	$-\infty$ $+\infty$
	$-$ 0 $-$

b) En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $-2x^2 + x - 5 > 0$.

....

....

4 **a)** Factoriser l'expression $-5x^2 + 16x$.

$-5x^2 + 16x =$ ....

b) Dresser le tableau de signes de $-5x^2 + 16x$ et en déduire l'ensemble des solutions de $-5x^2 + 16x \geq 0$.

5 Parmi les inéquations données, déterminer :

a) L'inéquation qui n'admet aucune solution.

b) L'inéquation qui admet pour solution un intervalle.

c) L'inéquation qui admet pour solution une réunion d'intervalles.

d) L'inéquation qui admet pour solution un singleton.

$-2x^2 + 5x - 3 \geq 0$ | $3x^2 - 30x + 75 > 0$ | $x^2 + 4x + 4 \leq 0$ | $5x^2 - 6x + 7 < 0$

....

....

6 Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des inéquations ci-dessous :

a) $22x - 4x^2 \leq 0$ **b)** $2x^2 + 10x - 28 < 0$ **c)** $-7x^2 + 4x - 3 \geq 0$