CHAPITRE 11

Forces et mouvements

Paragraphe 1 – Étude cinématique

La **cinématique** est l'étude du mouvement, indépendamment des causes qui le provoquent. En reliant valeur de vitesse et durée de chute, Galilée, au 17ème siècle, fut le premier scientifique à considérer le temps comme une grandeur qui intervient dans la description du mouvement des corps.

Histoire des sciences

Galileo Galilei, dit **Galilée** (né en 1564 et mort en 1642) est le fondateur de la physique moderne. Physicien et astronome italien, il est célèbre pour ses travaux en mécanique et en astronomie. Utilisant une démarche expérimentale, il étudie notamment la chute des corps.

Référentiel et repères

Un **référentiel** est un solide de référence par rapport auquel le mouvement d'un point est étudié.

À un référentiel donné sont associés :

– un **repère d'espace** qui donne la position du point ;

– un **repère de temps** qui permet d'associer une date à chaque position.

L'origine des dates est fixée arbitrairement et un dispositif, appelé horloge, mesure la durée entre deux dates.

Exemples

• **Le référentiel terrestre** est constitué de tout solide immobile par rapport à la surface de la Terre.

• **Le référentiel géocentrique** est un solide défini par le centre de la Terre et des étoiles lointaines considérées comme fixes.

• **Le référentiel héliocentrique** est un solide défini par le centre du Soleil et des étoiles lointaines considérées comme fixes.

Vecteur position

Dans un repère cartésien $(\mathrm{O}, \vec{\mathrm{i}}, \vec{\mathrm{j}}, \vec{\mathrm{k}})$ la position d'un point M à la date t est donnée par son vecteur position $\overrightarrow{\mathrm{OM}}(\mathrm{t})$, de coordonnées x de t, y de t, et z de t (x(t), y(t) et z(t)) soit $\overrightarrow{\mathrm{OM}}(\mathrm{t}) = \mathrm{x(t)}\vec{\mathrm{i}} + \mathrm{y(t)}\vec{\mathrm{j}} + \mathrm{z(t)}\vec{\mathrm{k}}$.

La norme du vecteur position, en mètre, est égale à :

$$\|\overrightarrow{\mathrm{OM}}(\mathrm{t})\| = \sqrt{\mathrm{x(t)}^2 + \mathrm{y(t)}^2 + \mathrm{z(t)}^2}$$

Unités SI :

$\|\overrightarrow{\mathrm{OM}}(\mathrm{t})\|, \mathrm{x}, \mathrm{y}$ et z en mètre (m).

Les notations x(t), y(t) et z(t) précisent que les coordonnées d'un point en mouvement sont des fonctions du temps.

Vecteur vitesse

Le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ d'un point M à la date t est égal à la **dérivée** du vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$ par rapport au temps :

$$\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}(t)}{dt}$$

Dans un repère cartésien $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ à la date t a comme coordonnées : $(v_x(t), v_y(t), v_z(t))$, et il peut s'écrire : $\vec{v}(t) = v_x(t)\vec{\imath} + v_y(t)\vec{\jmath} + v_z(t)\vec{k}$

Raisonnement à retenir

Comme $\vec{\imath}$,, $\vec{\jmath}$, et $\vec{k}$ sont des vecteurs constants, on peut démontrer que :

$$\vec{v}(t) = \frac{dx}{dt}\vec{\imath} + \frac{dy}{dt}\vec{\jmath} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

Soit :

$$v_x(t) = \frac{dx}{dt}\vec{\imath}$$

$$v_y(t) = \frac{dy}{dt}\vec{j}$$

$$v_z(t) = \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

Les coordonnées cartésiennes $v_x(t)$, $v_y(t)$ et $v_z(t)$du vecteur vitesse sont donc les dérivées par rapport au temps des coordonnées cartésiennes du vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$.

La valeur de la vitesse, en mètre par seconde ($m.s^{-1}$), est la norme du vecteur vitesse :

$$v(t) = \|\vec{v}(t)\| = \sqrt{v_x(t)^2 + v_y(t)^2 + v_z(t)^2}$$

Le vecteur vitesse est porté par la tangente à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement.

Vecteur accélération

Le **vecteur accélération $\vec{a}(t)$** d'un point M à la date t est égal à la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}$$

Dans un repère cartésien $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ le vecteur accélération $\vec{a}(t)$ a comme coordonnées : $(a_x(t), a_y(t), a_z(t))$, et il peut s'écrire : $\vec{a}(t) = a_x(t)\vec{\imath} + a_y(t)\vec{\jmath} + a_z(t)\vec{k}$

Raisonnement à retenir

Comme $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ et $\vec{k}$ sont des vecteurs constants, on peut démontrer que :

$$\vec{a}(t) = \frac{dv_x}{dt}\vec{\imath} + \frac{dv_y}{dt}\vec{\jmath} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k}$$

Soit :

$$a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}$$

$$a_y(t) = \frac{dv_y}{dt}$$

$$a_z(t) = \frac{dv_z}{dt}$$

Les coordonnées cartésiennes $a_x(t)$, $a_y(t)$, et $a_z(t)$ du vecteur accélération sont donc les dérivées par rapport au temps des coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$.

Point maths

Le vecteur accélération $\vec{a}(t)$ est donc la **dérivée seconde** du vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$ par rapport au temps, ce qui s'écrit :

$$a_x(t) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$a_y(t) = \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$a_z(t) = \frac{d^2z}{dt^2}$$

La valeur de l'accélération, en mètre par seconde au carré ($\mathrm{m.}s^{-2}$), est la norme du vecteur accélération :

$$a(t) = \|\vec{a}(t)\| = \sqrt{a_x(t)^2 + a_y(t)^2 + a_z(t)^2}$$

Le vecteur accélération $\vec{a}(t_2)$ à la date t_2 peut être tracé à l'aide du vecteur variation de vitesse $\Delta\vec{v}(t_2)$ grâce à la relation approchée :

$$\vec{a}(t_2) = \frac{\Delta\vec{v}(t_2)}{(t_3 - t_1)}$$

Avec $t_1 < t_2 < t_3$.

Remarques concernant le vocabulaire utilisé

Par abus de langage, les termes « accélération » et « vitesse » sont souvent utilisés au lieu de « accélération instantanée » et « vitesse instantanée ».

De plus, en physique, le mot « accélération » n'est pas utilisé comme dans la vie courante. L'accélération correspond à une variation du vecteur vitesse, que ce soit sa norme, son sens et/ou sa direction. Ainsi, même s'il freine, un cycliste accélère pour un physicien.

Mouvements rectilignes

Le mouvement d'un point est **rectiligne** si sa trajectoire est une droite.

Le vecteur vitesse du point considéré conserve sa direction, mais selon le cas, sa norme et son sens peuvent varier en fonction du temps.

Mouvement rectiligne uniforme

Le mouvement d'un point est **rectiligne uniforme** si son vecteur vitesse est non nul et constant (direction, sens et norme) au cours du temps.

Son vecteur accélération est nul à tout instant :

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \vec{0}$$

La trajectoire de ce point est une droite.

Mouvement rectiligne uniformément accéléré

Le mouvement d'un point est **rectiligne uniformément accéléré** si la direction de son vecteur vitesse est constante au cours du temps (sa trajectoire est une droite) et si son vecteur accélération est constant et non nul $\vec{a}(t) = \overrightarrow{cste}$.

La direction du vecteur accélération $\vec{a}(t)$ est la droite qui représente la trajectoire du point. Son sens et sa norme sont constants.

Le vecteur vitesse conserve quant à lui sa direction, mais sa norme varie :

– elle augmente lorsque les vecteurs accélération et vitesse ont le même sens ;

– elle diminue lorsque les vecteurs accélération et vitesse sont de sens opposés.

Paragraphe 2 – Deuxième loi de Newton

Histoire des sciences

Isaac Newton (né en 1642 et mort en 1727) est un mathématicien, un physicien et un astronome anglais. Il est notamment célèbre pour ses travaux sur la lumière et la gravitation universelle.

Centre de masse d'un système

Un **système** est un solide ou un ensemble de points matériels.

Le **centre de masse** d'un système est un point situé à la **position moyenne** de la répartition de la masse du système.

Le mouvement d'un système peut être modélisé par le mouvement de ce point, affecté de la masse totale du système.

Dans le cas d'un solide homogène, le centre de masse est confondu avec le centre de symétrie du solide.

Référentiel galiléen

Un **référentiel galiléen** est un référentiel dans lequel la **première loi de Newton** (appelée aussi principe d'inertie) est vérifiée.

Rappel de la première loi de Newton : dans un référentiel galiléen, le centre de masse d'un système isolé ou pseudo-isolé est soit au repos, soit en mouvement rectiligne uniforme.

Si cela n’est pas vérifié, alors le référentiel choisi n’est pas galiléen.

Remarques concernant le vocabulaire utilisé

Un **système isolé** n’est soumis à aucune force extérieure.

Un **système pseudo-isolé** est soumis à des forces extérieures qui se compensent (c’est-à-dire dont la somme vectorielle est nulle).

Deuxième loi de Newton

Selon la **deuxième loi de Newton,** dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces qui s’exercent sur un système de masse m constante est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération de son centre de masse :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}(t) = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Si la somme vectorielle des forces extérieures exercées sur un système n’est pas nulle, alors la vitesse du centre de masse du système étudié varie.

La deuxième loi de Newton permet de déduire :

– le vecteur accélération du centre de masse d’un système lorsque les forces appliquées au système sont connues ;

– la somme vectorielle des forces appliquées au système lorsque le mouvement de son centre de masse est connu.

Exemple

Dans un pendule pesant, deux forces s'appliquent sur le point matériel M de masse m : son poids $\vec{\mathrm{P}}$ et la tension du fil $\vec{\mathrm{T}}$.

L'accélération du mobile est :

$$\vec{\mathrm{a}}(\mathrm{t}) = \frac{\sum \overrightarrow{\mathrm{F_{ext}}}}{\mathrm{m}} = \frac{\vec{\mathrm{P}} + \vec{\mathrm{T}}}{\mathrm{m}}$$

Le vecteur accélération a la même direction et le même sens que la somme vectorielle du poids et de la tension du fil.

Remarques

• D'après la deuxième loi de Newton, dans un référentiel galiléen :

– à forces constantes, la valeur de l'accélération du centre de masse d'un système est d'autant plus élevée que la masse du système est faible ;

– la valeur de l'accélération du centre de masse d'un système de masse constante est d'autant plus élevée que la norme de la somme des forces appliquées sur ce système est élevée.

• Si la somme vectorielle des forces exercées sur un système est nulle $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = 0$, le vecteur accélération de son centre de masse est nulle $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = 0$ et son vecteur vitesse est constant $\vec{v}(t) = cste$, donc le centre de masse du système est en mouvement rectiligne uniforme ou au repos dans un référentiel galiléen : on retrouve la première loi de Newton.

Les deux premières lois de Newton sont valables uniquement dans un référentiel galiléen, alors que la troisième loi de Newton est valable quel que soit le référentiel.

Rappel de la troisième loi de Newton

Quel que soit leur état (mouvement ou repos), deux objets A et B en interaction exercent l'un sur l'autre des forces telles que la force exercée par A sur B est opposée à la force exercée par B sur A :

$$\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}}$$