Chapitre 18

Diffraction des ondes et interférences

Paragraphe 1 - Diffraction par une ouverture

Paragraphe 1.1. – Présentation du phénomène

Le phénomène de **diffraction** est une propriété des ondes qui se caractérise par un **étalement des directions de propagation de l'onde**, lorsque celle-ci traverse une ouverture.

Dans le phénomène de diffraction, une onde progressive sinusoïdale conserve sa fréquence f minuscule caractéristique de la source, sa célérité v minuscule et donc sa longueur d'onde lambda λ égale à v minuscule divisée par f minuscule :

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

Remarque

Lorsqu'une onde rencontre un obstacle, par exemple un fil vertical, l'onde est également diffractée et l'étalement des directions de propagation est identique à celui obtenu avec une ouverture de même forme et de même taille, par exemple une fente verticale.

Paragraphe 1.2. - Conditions d'observation

L'importance du phénomène de diffraction est liée au rapport de la longueur d'onde λ d'une onde progressive sinusoïdale à la taille de l'ouverture.

Pour toutes les **ondes progressives sinusoïdales**, la diffraction est nettement observée lorsque **la taille de l'ouverture est du même ordre de grandeur ou inférieure à la longueur d'onde**.

Dans le cas des **ondes lumineuses monochromatiques**, le critère est moins restrictif : le phénomène est encore bien apparent avec **des ouvertures de tailles jusqu'à 100 fois plus grandes que la longueur d'onde en ordre de grandeur**.

Paragraphe 1.3. – Angle caractéristique de diffraction

Le phénomène de diffraction est caractérisé par un **angle de diffraction**, angle entre la direction de propagation de l'onde en l'absence de diffraction et la direction définie par le milieu de la première « extinction ».

Cet angle, souvent noté thêta minuscule θ, dépend de la longueur d'onde et de la taille de l'objet diffractant.

L'angle caractéristique de diffraction θ augmente lorsque la longueur d'onde λ de l'onde progressive sinusoïdale augmente et lorsque la taille a minuscule de l'objet diffractant diminue.

Dans le cas de la diffraction d'une onde lumineuse monochromatique de longueur d'onde λ par une fente rectangulaire de largeur a minuscule, l'angle caractéristique de diffraction thêta minuscule θ a pour expression :

$$\theta = \frac{\lambda}{a}$$

Unités SI, du Système international :

Lambda minuscule λ et a en mètre de symbole (m).

Thêta minuscule θ est exprimé en radian de symbole (rad).

Remarque

L'expression de la largeur de la tache de diffraction L majuscule formée sur l'écran peut être déterminée par la tangente de l'angle thêta minuscule θ égale au quotient de la longueur du côté opposé par celle du côté adjacent.

La tangente de l'angle thêta minuscule θ est donc égale au quotient de la moitié de la largeur de la tache de diffraction L majuscule par la distance D majuscule entre l'objet diffractant et l'écran :

$$\tan\theta = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{\frac{L}{2}}{D} = \frac{L}{2D}$$

Dans les conditions usuelles, l'angle thêta minuscule est petit, donc tangente de thêta minuscule est approximativement égal à thêta minuscule.

$$\tan\theta \approx \theta \text{ (en radian)}$$

On a donc thêta minuscule égal au quotient de L majuscule par deux D majuscule :

$$\theta = \frac{\frac{L}{2}}{D} = \frac{L}{2D}$$

Comme thêta minuscule est aussi égal au quotient de lambda minuscule par a minuscule :

$$\theta = \frac{\lambda}{a}$$

On en déduit :

$$\frac{L}{2D} = \frac{\lambda}{a}$$

En isolant L majuscule, on obtient l'expression : L majuscule égal à deux lambda minuscule multiplié par D majuscule divisé par a minuscule :

$$L = \frac{2\lambda D}{a}$$

Paragraphe 1.4. - Conséquences concrètes

L'onde diffractée atteint des régions de l'espace inatteignables sans diffraction grâce à l'étalement des directions de propagation de l'onde ; une discussion dans une pièce peut donc être entendue depuis l'extérieur même si l'auditeur n'est pas devant l'encadrement de la porte, ou des bateaux peuvent subir l'effet de la houle même s'ils sont à l'abri dans un port.

La figure de diffraction est liée à la taille et à la forme de l'objet diffractant. L'étude de la figure de diffraction obtenue avec une source lumineuse permet de déterminer les tailles d'un objet (exemple : granulométrie, technique de mesure permettant de contrôler la taille de particules de toner de l'ordre de 10 micromètres).

La diffraction limite l'observation des astres en astronomie car l'ouverture des instruments d'observation diffracte la lumière.

Paragraphe 2 - Interférences à deux ondes

Paragraphe 2.1. - Présentation du phénomène

Un point se trouvant sur le passage de deux ondes de même nature (ondes mécaniques le long d'une corde par exemple) qui se croisent, se déplace sous l'effet des deux perturbations : la perturbation résultant en ce point correspond à la somme des deux perturbations. Après le croisement, les deux perturbations continuent de se propager sans être modifiées.

Le phénomène d'**interférences à deux ondes** est une propriété des ondes qui se caractérise en tout point d'un milieu par la **superposition de deux ondes de même nature et de même fréquence**.

Des capteurs peuvent détecter les modifications des propriétés du milieu.

En un point du milieu où deux ondes interfèrent, le signal résultant est alors la somme des signaux correspondant à chacune des ondes.

Paragraphe 2.2. - Conditions d'observation

Vocabulaire

Deux sources sont dites **synchrones** si elles émettent des ondes de même fréquence.

Deux sources sont **cohérentes** si le retard entre les signaux correspondant aux ondes qu'elles émettent est constant.

Pour observer le **phénomène d'interférences à deux ondes**, il faut que les ondes soient **de même nature** et que les sources soient **synchrones** et **cohérentes**.

Si les signaux coïncident, c'est-à-dire si leurs extrémas sont aux mêmes instants, les signaux sont dits en **phase**. Si le maximum de l'un coïncide avec le minimum de l'autre, les deux signaux sont dits en **opposition de phase**.

Paragraphe 2.3. - Conditions d'interférences constructives et destructives

Deux sources, S_1 et S_2, ponctuelles, synchrones et en phase, émettent des ondes sinusoïdales de même période T majuscule se propageant dans un milieu homogène.

Raisonnement à retenir :

Au point M majuscule atteint par l'onde issue de la source S_1, l'expression du signal d'amplitude A_1 peut s'écrire à la date t minuscule, sous la forme :

$$s_1(t) = A_1 \cos(\frac{2\pi}{T} t)$$

Au point M majuscule atteint par l'onde issue de la source S_2, l'expression du signal d'amplitude A_2, s'écrit à la date t minuscule, sous la forme :

$$s_2(t) = A_2 \cos(\frac{2\pi}{T} (t - \tau))$$

Avec τ le retard pris par l'onde issue de S_2 par rapport à celle issue de S_1 du fait de la différence de distances delta minuscule (δ), appelée aussi différence de marche, parcourue par les deux ondes pour atteindre le point M majuscule.

On peut aussi écrire :

$$s_2(t) = A_2 \cos(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{T}\tau)$$

Conditions d'interférences constructives

Il y a **interférences constructives** au point M majuscule si l'amplitude du signal résultant de la somme des deux signaux est maximale. Dans ce cas, les signaux sont en phase, ainsi :

$$\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{T}\tau\right)$$

Soit

$$\cos(\frac{2\pi}{T}t) = \cos(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{T}\tau + 2k\pi)$$

Avec k minuscule appartenant à l'ensemble Z majuscule des entiers relatifs ($k \in \mathbb{Z}$), car la fonction cosinus a une période de 2 pi minuscule (2π).

Donc :

$$\frac{2\pi}{T}t = \frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{T}\tau + 2k\pi$$

Cela conduit, après simplification, à la relation suivante :

$$\frac{2\pi}{T}\tau = 2k\pi$$

On obtient $\tau = kT$, avec k minuscule appartenant à l'ensemble des entiers relatifs Z majuscule ($k \in \mathbb{Z}$).

Or, on peut exprimer le retard τ :

$$\tau = \frac{\delta}{v}$$

Avec v la célérité de l'onde dans le milieu de propagation.

De plus, on rappelle que pour une onde sinusoïdale, la longueur d'onde dans le milieu de propagation est donnée par la relation :

$$\lambda = v \times T$$

Soit

$$T = \frac{\lambda}{v}$$

Ainsi

$$\frac{\delta}{v} = k\frac{\lambda}{v} \text{ soit } \delta = k\lambda \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

Conditions d'interférences destructives

Il y a **interférences destructives** au point M majuscule prime (M') si l'amplitude du signal résultant de la somme des signaux est minimale. Dans ce cas, les signaux sont en opposition de phase, ainsi :

$$\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \pi\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{T}\tau\right)$$

Soit

$$\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \pi\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{T}\tau + 2k\pi\right)$$

Avec k minuscule appartenant à l'ensemble Z majuscule des entiers relatifs ($k \in \mathbb{Z}$), car la fonction cosinus a une période de 2 pi minuscule (2π).

Donc

$$\frac{2\pi}{T}t - \pi = \frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{T}\tau + 2k\pi$$

Cela conduit, après simplification, à la relation suivante :

$$\frac{2\pi}{T}\tau = \pi + 2k\pi$$

On obtient :

$$\tau = (2k+1) \times \frac{T}{2} \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

Avec k minuscule appartenant à l'ensemble Z majuscule des entiers relatifs.

On en conclut également que :

$$\delta = (2k+1) \times \frac{\lambda}{2} \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

Paragraphe 2.4. - Interférences de deux ondes lumineuses

Les **trous d'Young** sont un dispositif expérimental permettant d'obtenir deux sources lumineuses synchrones et cohérentes à partir d'une source lumineuse monochromatique unique. La figure d'interférences permet d'observer alternativement des franges brillantes et des franges sombres à l'intérieur de la figure de diffraction.

La différence de marche delta minuscule est égale à la différence entre la distance séparant le point S majuscule indice 2 du point M majuscule et la distance séparant le point S majuscule indice 1 du point M

Au milieu d'une frange brillante, les interférences sont constructives :

$$\delta = S_2M - S_1M = k\lambda$$

Avec k minuscule appartenant à l'ensemble Z majuscule des entiers relatifs ($k \in \mathbb{Z}$).

La longueur d'onde lambda minuscule λ qui intervient dans cette relation établie en 2.3. est la longueur d'onde dans le milieu traversé.

Dans l'air, on assimile lambda minuscule λ à lambda minuscule indice zéro λ_0, longueur d'onde dans le vide. Dans un autre milieu matériel que l'air, l'indice de réfraction (ou indice optique) du milieu est n minuscule égal à c minuscule divisé par v minuscule :

$$n = \frac{c}{v}$$

Avec c la célérité de la lumière dans le vide et v la célérité de la lumière dans le milieu.

Il en découle la relation suivante :

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

Dans le cas des interférences constructives, la différence entre la distance séparant le point S_2M du point M majuscule et la distance séparant le point S_1M du point M est donc égale à :

$$S_2M - S_1M = k\frac{\lambda_0}{n}$$

Avec k minuscule appartenant à l'ensemble Z majuscule des entiers relatifs ($k \in \mathbb{Z}$).

$\delta_0 = n(S_2M - S_1M)$ est appelé différence de **chemin optique**.

Au milieu d'une frange brillante, les interférences sont **constructives** si :

$$\delta_0 = k\lambda_0$$

Avec k minuscule appartenant à l'ensemble Z majuscule des entiers relatifs ($k \in \mathbb{Z}$).

Au milieu d'une frange sombre, les interférences sont **destructives** si :

$$\delta_0 = (2k + 1) \times \frac{\lambda_0}{2}$$

Avec k minuscule appartenant à l'ensemble Z majuscule des entiers relatifs ($k \in \mathbb{Z}$).

L'**interfrange** i minuscule est la distance entre les centres de deux franges brillantes consécutives (ou deux franges sombres consécutives).

Dans le cas où la distance D majuscule entre les trous d'Young et l'écran est très supérieure non seulement à la distance a_{1-2} entre les deux trous, mais aussi à la distance x minuscule entre le centre O majuscule de la figure d'interférence sur l'écran et le point M majuscule étudié, l'expression de la différence de chemin optique est donnée par la relation :

$$\delta_0 = \frac{na_{1-2}x}{D}$$

Avec :

a_{1-2} la distance entre les trous d'Young en mètre (m)

D majuscule la distance entre les trous d'Young et l'écran en mètre (m)

x minuscule la distance O majuscule M majuscule en mètre (m)

n l'indice de réfraction du milieu, sans unité.

Raisonnement à retenir :

D'après la relation :

$$\delta_0 = \frac{na_{1-2}x}{D}$$

On obtient :

$$x = \frac{\delta_0 D}{na_{1-2}}$$

Pour les interférences constructives :

$$\delta_0 = k\lambda_0$$

Avec k minuscule appartenant à l'ensemble Z majuscule des entiers relatifs ($k \in \mathbb{Z}$).

L'expression de l'abscisse x_k d'une frange brillante est égale à :

$$x_k = \frac{k\lambda_0 D}{na_{1-2}}$$

Et l'expression de l'abscisse x_{k+1} de la frange brillante suivante est égale à :

$$x_{k+1} = \frac{(k+1)\lambda_0 D}{na_{1-2}}$$

L'interfrange i minuscule est égale à :

$$i = x_{k+1} - x_k$$

Ainsi, i minuscule est égal à la différence de :

$$i = \frac{(k+1)\lambda_0 D}{na_{1-2}} - \frac{k\lambda_0 D}{na_{1-2}} = \frac{\lambda_0 D}{na_{1-2}} = \frac{\lambda D}{a_{1-2}}$$

Paragraphe 2.5. - Conséquences concrètes

Les interférences destructives sont utilisées dans les casques à réduction active de bruit pour compléter l'atténuation par absorption des sons extérieurs par la mousse. Elles permettent aussi de contrôler des épaisseurs ou de mesurer des indices de réfraction (agroalimentaire).