PARCOURS 2 – QUESTION 4 : AIDES POUR LES ELEVES AYANT SUIVI L'ENSEIGNEMENT DE SPECIALITE DE MATHEMATIQUES EN PREMIERE

→ p. 167 du manuel

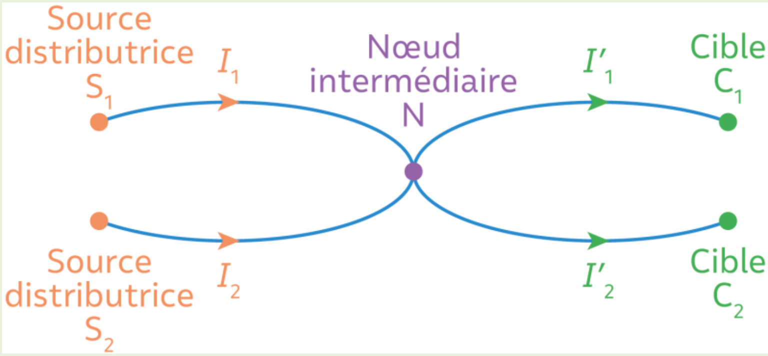
Chapitre 7

UNITE 2 **p. 167** **PARCOURS 2 – Question 4**

Minimisation des pertes par effet Joule

Aides mathématiques

Utilisation d'une dérivée,
d'une application ou d'un logiciel dédié à la géométrie et à l'algèbre
et/ou d'une forme canonique



L'objectif est de minimiser la fonction f définie par $f(x) = 1{,}6\,x^2 - 160\,x + 9\,800$ sur l'intervalle [0 ; 80].

Utilisation de la dérivée de la fonction *f*

1) Déterminer la dérivée de la fonction *f*.

La fonction f étant une fonction polynôme de degré 2, f est dérivable sur l'intervalle [0 ; 80].

Ainsi, pour tout x de l'intervalle [0 ; 80], $f'(x) = 1{,}6 \times 2\,x - 160$

$f'(x) = 3{,}2\,x - 160.$

2) Rechercher la valeur de *x* pour laquelle *f* '(*x*) = 0.

Comme, pour tout x de l'intervalle [0 ; 80], $f'(x) = 3{,}2\,x - 160$, $f'(x) = 0$ pour $x = \frac{160}{3{,}2}$, soit $x = 50$.

3) Dresser le tableau de variation de la fonction *f* et conclure.

$3{,}2\,x - 160 < 0 \Leftrightarrow 3{,}2\,x < 160 \Leftrightarrow x < \frac{160}{3{,}2}$, soit $f'(x) < 0$ pour $0 \leq x < 50$ (car $\frac{160}{3{,}2} = 50$).

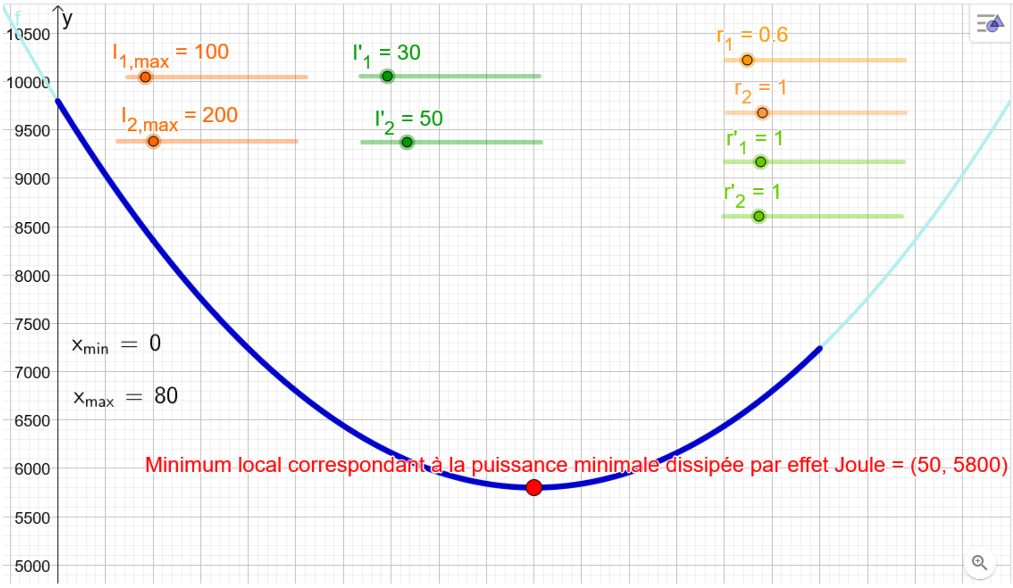
$3{,}2\,x - 160 > 0 \Leftrightarrow 3{,}2\,x > 160 \Leftrightarrow x > \frac{160}{3{,}2}$, soit $f'(x) > 0$ pour $50 < x \leq 80$.

Le tableau de variation de la fonction f est donc le suivant, ce qui permet de justifier que la fonction f admet 5 800 pour minimum, atteint en $x = 50$.

x	0		50		80
$f'(x)$		–	0	+	
$f(x)$	9 800	↘	5 800	↗	7 240

→ p. 167 du manuel

Utilisation d’une application ou d’un logiciel dédié à la géométrie et à l’algèbre



<u>Remarque</u> : la capture d’écran ci-dessus du fichier à utiliser dans le parcours 2 est différente de celle présentée dans le manuel car la capture d’écran du fichier .ggb présenté dans le manuel est une capture d’écran du fichier à utiliser dans le parcours 1.

1) Vérifier que la fonction *f* représentée est bien définie par $f(x) = 1{,}6\,x^2 - 160\,x + 9\,800$.

$$f(x) = r_1\,x^2 + r_2\,(l'_1 + l'_2 - x)^2 + r'_1\,l'^2_1 + r'_2\,l'^2_2$$
$$\rightarrow\ 0.6\,x^2 + 1\,(30 + 50 - x)^2 + 1 \cdot 30^2 + 1 \cdot 50^2$$

En développant, on retrouve bien : $f(x) = 1{,}6\,x^2 - 160\,x + 9\,800$.

2) Vérifier que le point rouge correspond bien au minimum de la fonction *f* sur l’intervalle [0 ; 80].

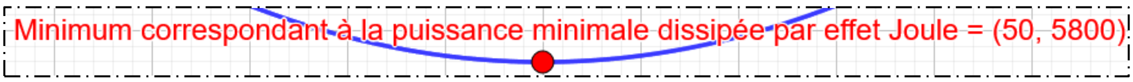
$$\text{Pmin} = \text{Min}(f, x_{min}, x_{max})$$

avec :

$x_{min} = \text{Max}(0, l'_1 + l'_2 - l_{2,max})$ et $x_{max} = \text{Min}(l_{1,max}, l'_1 + l'_2)$

(comme $I'_1 + I'_2 - I_{2,max} < 0$, $x_{min} = 0$ et comme $I'_1 + I'_2 < I_{1,max}$, $x_{max} = I'_1 + I'_2 = 80$).

3) Vérifier que la fonction *f* admet pour minimum 5 800, qui est atteint en $x = 50$.



4) Modifier les valeurs des grandeurs $I_{1,max}$, $I_{2,max}$, I'_1, I'_2, r_1, r_2, r'_1 et r'_2 avec les curseurs. Observer l’évolution de la représentation de la fonction *f*, ainsi que les valeurs de x_{min}, de x_{max} et du minimum de la fonction *f*.

 → p. 167 du manuel

Utilisation de la forme canonique de la fonction *f*

1) Déterminer la forme canonique de la fonction *f* définie par $f(x) = 1{,}6\, x^2 - 160\, x + 9\,800$.

La fonction *f* étant une fonction du second degré, sa courbe représentative dans un repère est une parabole (et c'est une partie de parabole dans l'intervalle [0 ; 80]).

La forme canonique est une écriture de l'expression de la fonction *f* qui va permettre de déterminer les coordonnées du sommet de cette parabole et d'en déduire le minimum de *f*.

Ainsi, pour tout x de l'intervalle [0 ; 80], $f(x) = 1{,}6\,(x^2 - 100\,x) + 9\,800$

$$f(x) = 1{,}6\,[(x - 50)^2 - 2\,500] + 9\,800$$
$$f(x) = 1{,}6\,(x - 50)^2 - 4\,000 + 9\,800$$
$$f(x) = 1{,}6\,(x - 50)^2 + 5\,800.$$

Remarque : cette expression de *f* peut être vérifiée par le calcul formel, par exemple avec la fonction FormeCanonique() de Geogebra.

2) En déduire le minimum de la fonction *f*.

La forme canonique de *f* indique que le sommet de la parabole qui représente la fonction *f* a pour coordonnées (50 ; 5 800).
De plus, comme "1,6", le coefficient de $(x - 50)^2$, est positif, on sait que la fonction *f* admet en $x = 50$ un minimum.