

# Chapitre 7

## Synthèse – Optimisation du transport de l'électricité

### Lignes électriques → Unité 1

#### Modélisation d'une ligne à haute tension par un circuit électrique

- Une ligne électrique à haute tension peut être modélisée par un circuit électrique composé d'un conducteur ohmique, de résistance  $r$ .

#### Pertes par effet Joule dans les lignes électriques

- Au cours du transport de l'électricité dans les lignes électriques, une partie de l'énergie électrique ne parvient pas à l'utilisateur car elle est dissipée dans l'environnement par effet Joule.

#### Minimisation des pertes par effet Joule dans une ligne électrique

- Dans une ligne électrique, l'intensité du courant électrique doit être minimisée pour limiter la puissance dissipée par effet Joule.
- Pour une puissance électrique transportée  $\mathcal{P} = \mathbf{U} \times \mathbf{I}$  fixée, minimiser l'intensité  $I$  du courant électrique implique d'augmenter la tension électrique  $U$ .
- L'utilisation de la haute tension dans les lignes électriques limite les pertes par effet Joule, à puissance transportée fixée.

#### Savoir-faire

- Faire un schéma d'un circuit électrique modélisant une ligne à haute tension.

- Utiliser les formules littérales reliant la puissance à la résistance, l'intensité et la tension électriques pour identifier l'influence de ces grandeurs sur l'effet Joule.

## Réseau électrique → Unité 2

### Modélisation d'un réseau électrique par un graphe orienté

- Un réseau de transport électrique comprend des lignes électriques, une ou plusieurs sources distributrices d'électricité, un ou plusieurs nœuds intermédiaires ainsi qu'une ou plusieurs cibles destinatrices.
- Un réseau électrique peut être modélisé mathématiquement par un graphe orienté dont les arcs représentent les lignes électriques et dont les sommets représentent les sources distributrices, les nœuds intermédiaires et les cibles destinatrices.

### Contraintes du réseau électrique

- Un réseau électrique modélisé par un graphe orienté subit des contraintes :
  - l'intensité totale  $I_1$  ou  $I_2$  du courant électrique sortant d'une source  $S_1$  ou  $S_2$  est limitée par la puissance électrique maximale distribuée ;
  - l'intensité totale des courants électriques entrant dans chaque nœud intermédiaire est égale à l'intensité totale des courants électriques qui en sortent ;
  - l'intensité totale  $I'_1$  ou  $I'_2$  du courant électrique arrivant à chaque cible  $C_1$  ou  $C_2$  est imposée par la puissance électrique qui y est utilisée.

## Minimisation des pertes par effet Joule dans un réseau électrique

- L'énergie électrique produite ou consommée varie à chaque instant suivant la météo, l'heure de la journée, la saison... Le problème de la minimisation des pertes par effet Joule dans un réseau est donc complexe. Les mathématiques permettent la résolution de ce problème en minimisant une fonction découlant des contraintes subies par le réseau électrique.

### Savoir-faire

- Modéliser un réseau de distribution électrique simple par un graphe orienté.
- Exprimer mathématiquement les contraintes et la fonction à minimiser.
- Sur l'exemple d'un réseau comprenant uniquement deux sources, un nœud intermédiaire et deux cibles, formuler le problème de minimisation des pertes par effet Joule et le résoudre pour différentes valeurs numériques correspondant aux productions des sources et aux besoins des cibles.

### Mots clés

**Effet Joule** : dissipation d'énergie par transfert thermique et par rayonnement lors du passage d'un courant électrique dans un conducteur ohmique.

Si le courant électrique est transporté sous forme de courant continu, comme en Chine dans certaines lignes à très haute tension, la puissance  $\mathcal{P}_J$  dissipée par effet Joule dans une ligne électrique de résistance  $r$  a pour expression :  $\mathcal{P}_J = r \times I^2$  avec  $\mathcal{P}_J$  en watt (W),  $r$  en ohm ( $\Omega$ ) et  $I$  en ampère (A).

Si le courant électrique est transporté sous forme de courant alternatif, comme en France et dans la plupart des pays, la puissance dissipée par effet Joule s'exprime différemment.

## **Savoir-faire mathématiques**

**Minimisation d'une fonction** : détermination de la valeur de  $x$  (avec  $x = I_1$  ou  $x = I_2$ ) pour laquelle la fonction  $f$  atteint son minimum. Cette détermination peut se réaliser en étudiant sa fonction dérivée, en exploitant une conjecture à la calculatrice ou en utilisant une application ou un logiciel dédié à la géométrie et à l'algèbre, comme GeoGebra par exemple (→ unité 2, doc. 4).

**Graphe orienté** : ensemble de points, appelés sommets, et de couples de points distincts, appelés arcs. Les arcs sont représentés par des droites ou des arcs de cercle orientés et une valeur numérique peut être affectée à chaque arc.