

Préparer l'évaluation

127 $\frac{5x-3}{2} - \frac{x+1}{3} = 2x$ équivaut à

$3(5x-3) - 2(x+1) - 12x = 0$, soit $x - 11 = 0$.

L'ensemble des solutions de l'équation est $\mathcal{S} = \{11\}$.

128 $(7t-5)(-3t+1) = 0$ équivaut à $7t-5 = 0$ ou $-3t+1 = 0$, soit $t = \frac{5}{7}$ ou $t = \frac{1}{3}$.

L'ensemble des solutions de l'équation est $\mathcal{S} = \left\{\frac{5}{7}; \frac{1}{3}\right\}$.

129 a. $x^2 - 20 = 0$ équivaut à $x^2 = 20$. $20 > 0$ donc cette équation à deux solutions $x = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ et $x = -\sqrt{20} = -2\sqrt{5}$.

b. $(x+7)(x^2 - 20) = 0$ équivaut à $x+7 = 0$ ou $x^2 - 20 = 0$.

D'après **a.** l'ensemble des solutions de l'équation est $\mathcal{S} = \{-7; 2\sqrt{5}; -2\sqrt{5}\}$.

130 a. Pour tout réel x ,

$E(x) = (x+7)^2 - 25 = x^2 + 14x + 49 - 25 = x^2 + 14x + 24$ et

$E(x) = (x+7)^2 - 25 = (x+7-5)(x+7+5) = (x+2)(x+12)$

b. $E(x) = 0$ équivaut à $(x+12)(x+2) = 0$, soit $x+12 = 0$ ou $x+2 = 0$, c'est-à-dire $x = -12$ ou $x = -2$.

L'ensemble des solutions de l'équation est $\mathcal{S} = \{-12; -2\}$.

• $E(x) = 24$ équivaut à $x^2 + 14x + 24 = 24$, soit $x(x+14) = 0$, c'est-à-dire $x = 0$ ou $x+14 = 0$.

L'ensemble des solutions de l'équation est $\mathcal{S} = \{0; -14\}$.

• $E(x) = 11$ équivaut à $(x+7)^2 - 25 = 11$, soit $(x+7)^2 - 36 = 0$, c'est-à-dire $(x+7-6)(x+7+6) = 0$, soit $(x+1)(x+13) = 0$, ainsi $x+1 = 0$ ou $x+13 = 0$.

L'ensemble des solutions de l'équation est $\mathcal{S} = \{-1; -13\}$.

131 $\frac{3x+5}{x-10} = 0$ équivaut à $3x+5 = 0$ et $x-10 \neq 0$, soit $x = -\frac{5}{3}$ et $x \neq 10$.

$-\frac{5}{3} \neq 10$ donc l'ensemble des solutions de l'équation est $\mathcal{S} = \left\{-\frac{5}{3}\right\}$.

132 a. Pour tout réel $x \neq -7$,

$\frac{2x-5}{x+7} + 3 = \frac{2x-5+3(x+7)}{x+7} = \frac{5x+16}{x+7}$.

b. $\frac{2x-5}{x+7} = -3$ équivaut à $\frac{2x-5}{x+7} + 3 = 0$, soit

$\frac{5x+16}{x+7} = 0$, c'est-à-dire $5x+16 = 0$ et $x+7 \neq 0$.

$-\frac{16}{5} \neq -7$ donc l'ensemble des solutions de l'équation est $\mathcal{S} = \left\{-\frac{16}{5}\right\}$.

133 a. $-2 \leq x \leq 2$ et $-2 \leq 2y \leq 10$, on ajoute membre à membre ces deux inégalités de même sens :

$-2 + (-2) \leq x + 2y \leq 2 + 10$, soit $-4 \leq x + 2y \leq 12$.

b. $-6 \leq 3x \leq 6$ et $-5 \leq -y \leq 1$, on ajoute membre à membre ces deux inégalités de même sens :

$-6 + (-5) \leq 3x - y \leq 6 + 1$, soit $-11 \leq 3x - y \leq 7$.

134 A et B sont deux nombres strictement positifs.

$\frac{A}{B} = \frac{\sqrt{a}}{\left(\frac{1}{\sqrt{a}}\right)} = (\sqrt{a})^2 = a$.

• Si $0 < a \leq 1$, alors $\frac{A}{B} \leq 1$, donc $A \leq B$.

• Si $a > 1$, alors $\frac{A}{B} > 1$, donc $A > B$.

135 $\frac{4x+7}{2} + 2x \geq \frac{x+1}{3}$ équivaut à

$\frac{4x+7}{2} + 2x - \frac{x+1}{3} \geq 0$, soit

$3(4x+7) + 12x - 2(x+1) \geq 0$, c'est-à-dire $22x + 19 \geq 0$, ainsi $x \geq -\frac{19}{22}$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation est

$\mathcal{S} = \left[-\frac{19}{22}; +\infty\right[$.

136 a. L'inéquation **(I)** s'écrit $3(x-7)^2 - (x-7) > 0$,

soit $(x-7)[3(x-7)-1] > 0$, c'est-à-dire $(x-7)(3x-22) > 0$.

b.

x	$-\infty$	7	$\frac{22}{3}$	$+\infty$
$x-7$	-	0	+	+
$3x-22$	-	-	0	+
$(x-7)(3x-22)$	+	0	-	+

L'ensemble des solutions de l'inéquation **(I)** est

$\mathcal{S} =]-\infty; 7[\cup \left] \frac{22}{3}; +\infty \right[$.

137 Pour tout réel x , $25 - 4x^2 = (5 - 2x)(5 + 2x)$.

L'inéquation s'écrit $\frac{(5 - 2x)(5 + 2x)}{3x} \geq 0$.

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	$+\infty$		
x	$-$	$-$	0	$+$	$+$		
$5-2x$	$+$	$+$		$+$	0	$-$	
$5+2x$	$-$	0	$+$		$+$	$+$	
$\frac{(5-2x)(5+2x)}{3x}$	$+$	0	$-$		$+$	0	$-$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est

$$\mathcal{S} = \left] -\infty; -\frac{5}{2} \right] \cup \left] 0; \frac{5}{2} \right].$$

138 a. Pour tout réel $x \neq 0$ et $x \neq -1$,

$$\frac{1}{2x} - \frac{3}{x+1} = \frac{x+1-6x}{2x(x+1)} = \frac{-5x+1}{2x(x+1)}.$$

b. $\frac{3}{x+1} < \frac{1}{2x}$ équivaut à $\frac{1}{2x} - \frac{3}{x+1} > 0$, soit

$$\frac{-5x+1}{2x(x+1)} > 0.$$

x	$-\infty$	-1	0	$\frac{1}{5}$	$+\infty$
$-5x+1$	+	+	+	0	-
x	-	-	0	+	+
$x+1$	-	0	+	+	+
$\frac{-5x+1}{2x(x+1)}$	+	-	+	0	-

L'ensemble des solutions de l'inéquation est

$$\mathcal{S} =]-\infty; -1[\cup \left] 0; \frac{1}{5} \right[.$$